

**3. feladat**

Egy közvélemény kutató cég családokat kérdezett meg arról, hogy a lakásukra van-e hiteltartozásuk. Összesen 1000 családot kérdeztek meg. A vidéki családok esetén a hitellel rendelkezők háromszor annyian voltak, mint a hitellel nem rendelkezők. A városiak esetén a hitelesek csak kétszer annyian voltak, mint a hitellel nem rendelkezők. A hitellel rendelkezők között 100-zal több városi volt, mint vidéki.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot a mintába került családok számával!

	Van hitele	Nincs hitele	Összesen:
F városi			
Vidéki			
Összesen:			

b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott család hitellel rendelkezik, ha tudjuk, hogy a család vidéken lakik?

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy ha visszatevés nélkül véletlenszerűen kiválasztunk 8 családot, akkor közülük legfeljebb 6 rendelkezik hitellel?

d) Tegyük fel, hogy Magyarországon a családok 60 %-nak van hiteltartozása. Mennyi az esélye, hogy 10 véletlenszerűen (visszatevéssel) kiválasztott család közül 7-nek van hitele?

(A valószínűségek értékét 4 tizedesjegy pontossággal adja meg!)

**3. feladat megoldása:**

a) Jelöljük  $x$ -szel a hitellel nem rendelkező vidékieket, és  $y$ -nal a hitellel nem rendelkező városiakat. A feladat szövege alapján az alábbi módon tölthetjük ki a táblázatot:

	Van hitele	Nincs hitele	Összesen:
F városi	$2y$	$y$	$3y$
Vidéki	$3x$	$x$	$4x$
Összesen:	$2y+3x$	$x+y$	1000

Ismert továbbá, hogy a hitellel rendelkezők között 100-zal több városi volt, mint vidéki:

$$3x+100=2y, \text{ amiből } y=1,5x+50.$$

Mivel a vidéki és városi megkérdezettek összesen 1000-en voltak, azért a táblázat utolsó oszlopa alapján igaz az alábbi egyenlet:

$$3y+4x=1000$$

Mivel  $y=1,5x+50$ , ezért az  $y$  változó kiküszöbölhető:

$$3 \cdot (1,5x+50)+4x=1000$$

$$4,5x+150+4x=1000$$

$$8,5x=850$$

$$x=100 \text{ és } y=200$$

Ebből a táblázat kitöltése:

	Van hitele	Nincs hitele	Összesen:
F városi	400	200	600
Vidéki	300	100	400
Összesen:	700	300	1000

b) 400 vidéki család van, amelyek közül 300 rendelkezik hitellel. Ezért a kért valószínűség:  $P = \frac{300}{400} = 0,75$ .

c) A feladat komplementerének kiszámolása egyszerűbb. Annak a valószínűségét vizsgáljuk, hogy 8 véletlenszerűen kiválasztott család közül 7-nek vagy 8-nak van hitele:

$$P = \frac{\binom{700}{7} \cdot \binom{300}{1}}{\binom{1000}{8}} + \frac{\binom{700}{8} \cdot \binom{300}{0}}{\binom{1000}{8}} = 0,1972 + 0,057 = 0,2542$$

Tehát 0,2542 annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 6 család rendelkezik hitellel 8 véletlenszerűen kiválasztott család közül.

d) A visszatevéses mintavétel miatt a 10 elemű mintába került, hitellel rendelkező családok száma binomiális eloszlású.

$$P = \binom{10}{7} \cdot 0,6^7 \cdot 0,4^3 = 0,2150$$