

8. feladat

Egy gyorsbüfében két féle étel kapható. Szendvics és pizza. A szendvics ára 40 %-kal több mint az el állítási költsége. A pizza ára 20 %-kal több annál, mint amennyiért el állítják. Egy nap az el állított szendvicsek az összes étel r %-át tették ki. Minden ételt el tudtak adni, és így a teljes bevétel és teljes el állítási költség aránya 19:15 volt.

A következő nap a pizzák tették ki az összes étel r %-át. Ezen a napon is minden ételt eladtak, és a teljes bevétel és teljes költség aránya 68:55 volt.

- Mekkora egy pizza és egy szendvics el állítási költségének aránya?
- Mekkora az r értéke?
- Mennyibe kerül a szendvics, ha pizza 720 Ft-ba kerül?

8. feladat megoldása

a) és b)

Jelöljük k_s -el egy szendvics el állításának költségét, és k_p -vel egy pizza el állításának költségét. Jelölje x az els nap eladott ételek számát, míg y a második nap eladott ételek számát.

Foglaljuk táblázatba az ismert adatokat:

	szendvics	pizza
1 db el állítási költsége	k_s	k_p
1 db ára	$1,4 \cdot k_s$	$1,2 \cdot k_p$
az els nap eladott mennyiség	$\frac{x \cdot r}{100}$	$\frac{x \cdot (100 - r)}{100}$
els nap bevétele	$\frac{x \cdot r}{100} \cdot 1,4k_s$	$\frac{x \cdot (100 - r)}{100} \cdot 1,2k_p$
els nap költsége	$\frac{x \cdot r}{100} \cdot k_s$	$\frac{x \cdot (100 - r)}{100} \cdot k_p$
a második nap eladott mennyiség	$\frac{y \cdot (100 - r)}{100}$	$\frac{y \cdot r}{100}$
második nap bevétele	$\frac{y \cdot (100 - r)}{100} \cdot 1,4k_s$	$\frac{y \cdot r}{100} \cdot 1,2k_p$
második nap költsége	$\frac{y \cdot (100 - r)}{100} \cdot k_s$	$\frac{y \cdot r}{100} \cdot k_p$

Ismert, hogy az els nap a teljes bevétel és teljes el állítási költség aránya 19:15 volt. A táblázat alapján írjuk fel a bevétel és költség arányát:

$$\frac{\frac{x \cdot r}{100} \cdot 1,4k_s + \frac{x \cdot (100 - r)}{100} \cdot 1,2k_p}{\frac{x \cdot r}{100} \cdot k_s + \frac{x \cdot (100 - r)}{100} \cdot k_p} = \frac{19}{15}$$

A bal oldali tört egyszer síthet x -szel és 100-zal:

$$\frac{r \cdot 1,4k_s + (100 - r) \cdot 1,2k_p}{r \cdot k_s + (100 - r) \cdot k_p} = \frac{19}{15}$$

Szorozzuk meg az egyenlet mindkét oldalát a törtek nevez jének szorzatával:

$$15 \cdot [r \cdot 1,4k_s + (100 - r) \cdot 1,2k_p] = 19 \cdot [r \cdot k_s + (100 - r) \cdot k_p]$$

Bontsuk fel a zárójeleket az egyenlet mindkét oldalán:

$$21 \cdot r \cdot k_s + 18 \cdot (100 - r) \cdot k_p = 19 \cdot r \cdot k_s + 19 \cdot (100 - r) \cdot k_p$$

Rendezzük az egyenletet úgy, hogy az egyik oldalon csak a k_s , a másik oldalon csak a k_p legyen az ismeretlen:

$$2 \cdot r \cdot k_s = (100 - r) \cdot k_p$$

Ebből egy pizza és egy szendvics előállításának aránya:

$$\frac{2 \cdot r}{100 - r} = \frac{k_p}{k_s}$$

A 2. nap bevételére és költségére is írjuk fel az arányt, amelynek az értéke 68:55.

$$\frac{\frac{y \cdot (100 - r)}{100} \cdot 1,4k_s + \frac{y \cdot r}{100} \cdot 1,2k_p}{\frac{y \cdot (100 - r)}{100} \cdot k_s + \frac{y \cdot r}{100} \cdot k_p} = \frac{68}{55}$$

A bal oldali tört egyszerűsíthető y -nal és 100-zal:

$$\frac{(100 - r) \cdot 1,4k_s + r \cdot 1,2k_p}{(100 - r) \cdot k_s + r \cdot k_p} = \frac{68}{55}$$

Szorozzuk meg az egyenlet mindkét oldalát a törtök nevezőjének szorzatával:

$$55 \cdot [(100 - r) \cdot 1,4k_s + r \cdot 1,2k_p] = 68 \cdot [(100 - r) \cdot k_s + r \cdot k_p]$$

Bontsuk fel a zárójeleket az egyenlet mindkét oldalán:

$$77 \cdot (100 - r)k_s + 66 \cdot r \cdot k_p = 68 \cdot (100 - r) \cdot k_s + 68 \cdot r \cdot k_p$$

Rendezzük az egyenletet úgy, hogy az egyik oldalon csak a k_s , a másik oldalon csak a k_p legyen az ismeretlen:

$$9 \cdot (100 - r)k_s = 2 \cdot r \cdot k_p$$

Ebből egy pizza és egy szendvics előállításának aránya:

$$\frac{9 \cdot (100 - r)}{2r} = \frac{k_p}{k_s}$$

Mivel mindkét nap ugyanakkora volt a pizza és szendvics előállításának aránya, azért fennáll az alábbi egyenlet:

$$\frac{2 \cdot r}{100 - r} = \frac{9 \cdot (100 - r)}{2r}$$

Mindkét oldalt megszorozva a törtök nevezőinek szorzatával:

$$4r^2 = 9 \cdot (100 - r)^2$$

$$4r^2 = 90000 - 1800r + 9r^2$$

$$0 = 90000 - 1800r + 5r^2$$

A másodfokú egyenlet megoldó képlete alapján az egyenlet megoldása: $r_1 = 60$; $r_2 = 300$.

Mivel r egy %-ban kifejezett részarány, ezért csak az $r_1 = 60$ megoldása az egyenletnek.

Tehát az első nap eladott ételek 60 %-a volt szendvics, és 40 %-a pizza. A második nap az arány fordított volt.

Az r ismeretében meg tudjuk határozni a pizza és szendvics előállításának költségének arányát:

$$\frac{k_p}{k_s} = \frac{2 \cdot r}{100 - r} = \frac{120}{40} = 3$$

Tehát a pizza előállításának költsége 3-szor akkora, mint a szendvics előállításának költsége.

c) Határozzuk meg a pizza és szendvics egységárának arányát (használjuk fel, hogy ismert a költségek aránya):

$$\frac{\text{pizza ára}}{\text{szendvics ára}} = \frac{1,2k_p}{1,4k_s} = \frac{1,2}{1,4} \cdot 3 = \frac{3,6}{1,4}$$

Ha egy pizza 720 Ft-ba kerül, akkora a szendvics ára:

$$720 \cdot \frac{1,4}{3,6} = 280$$

Tehát egy szendvics 280 Ft-ba kerül.