

11. feladat

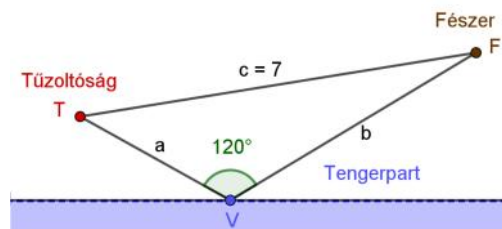
Egy fészkerben tűz ütött ki. A fészert 1 légvonalban 7 km-re volt egy tűzoltó állomás, ahonnan helikopterrel nyújtottak segítséget. Nem messze innen egy hosszú egyenes homokos tengerpart húzódott.

A helikopternek elször vízért kellett mennie, majd csak utána tudott a tűzoltására indulni. A GPS segítségével úgy választotta meg a tengerparton a víz vételének helyét, hogy a tűzoltóállomástól a tengerig tartó út, és a tengeren a fészkerig tartó út együttes hossza a lehető legkisebb legyen. Ez a két egyenes útszakasz egymással 120° -os szöveget zárt be. A tűzoltóállomástól a tengerig tartó szakasz hossza 2 km-rel rövidebb volt, mint a tengeren a fészkerig tartó út hossza.

- Milyen hosszú utat kellett megtennie a helikopternek a tengerig, illetve a tengeren a fészkerig?
- Mennyi idő alatt érte volna el a tűzoltó a tenger vonalát, ha a helikopter nem indul oltani, és a tűzoltó óránként 500 métert terjedt volna tovább körkörösén?

11. feladat megoldása

- Készítsünk ábrát!



Írjuk fel a koszinuszt tételt a háromszög oldalaira:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ$$

Helyettesítsük be az ismert adatokat. Vegyük figyelembe, hogy $b = a + 2$.

$$7^2 = a^2 + (a + 2)^2 - 2a(a + 2) \cdot (-0,5)$$

Bontsuk fel a zárójeleket:

$$49 = a^2 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 2a$$

Rendezzük nullára az egyenletet, és vonjunk össze, amit lehet:

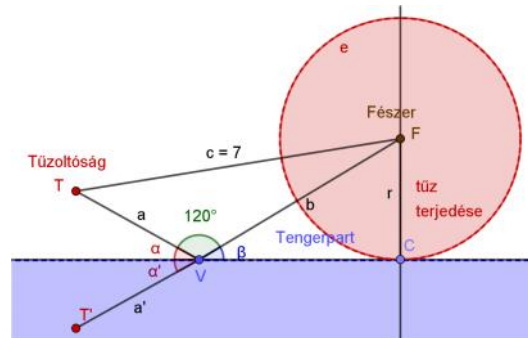
$$0 = 3a^2 + 6a - 45$$

Ebből a másodfokú egyenlet megoldó képletével $a_1 = 3$; $a_2 = -5$

Mivel a értéke távolságot mér, azért a -5 nem megoldása a feladatnak.

Tehát a tűzoltóállomástól a tengerpartig 3 km-t tett meg a helikopter, míg a tengerparttól a fészkerig 5 km. Így összesen 8 km-t tett meg, míg a fészkerig ért.

b) Ismert, hogy a helikopter úgy választotta meg a víz vételi helyét, hogy az t zoltóállomástól a tengerig tartó út (a), és a tengert l a fészerig tartó út (b) együttes hossza a lehet legkisebb legyen.



Bizonyítsuk be, hogy ekkor az a és b szakaszok azonos szöget zárnak be a tengerpart egyenesével!

Jelöljük T -vel a t zoltóság pontját, és tükrözzük a tengerpart egyenesére. A keletkezett T' pontnak a vízvétel helyétől (V) vett távolsága megegyezik a T pontnak a V ponttól vett távolságával, azaz $a = a'$. A tükrözés szögtartó is, ezért az a szakasznak a tengerparttal bezárt szöge, megegyezik az a' szakasznak a tengerparttal bezárt szögével, azaz $\alpha = \alpha'$.

A helikopter által megtett út, akkor a legrövidebb, ha a $T'F$ szakasz a legrövidebb, azaz ha a két pontot egy egyenes szakasszal kötjük össze. Ekkor az α és β szögek csúcsszögek, ezért $\alpha = \beta$, amiből következik $\alpha = \beta$. Tehát az a és b szakaszok valóban azonos szöget zárnak be a tengerparttal.

Mivel $\alpha + \beta + 120^\circ = 180^\circ$, ezért $\alpha = \beta = 30^\circ$.

Ismert, hogy a t z körkörösen terjed. A t z ott éri el legkorábban a tengert, ahol az F középpontú kör érinti a tengerpart egyenesét (lásd az ábrán). Ekkor a kör sugara:

$$r = b \cdot \sin \alpha = 5 \sin 30^\circ = 2,5$$

Tehát a t znek 2,5 km-t kellene megtennie a tengerig, amihez 5 órára lenne szükség, ha óránként 500 métert terjed.