**15. feladat**

Határozza meg a megoldások számát k értékének függvényében!

$$\sqrt{x^2+6x+9}+\sqrt{x^2-10x+25}-\sqrt{x^2-2x+1}=k$$

**15. feladat megoldása**

Vegyük észre, hogy a gyökök alatt teljes négyzetek szerepelnek:

$$\sqrt{(x+3)^2}+\sqrt{(x-5)^2}-\sqrt{(x-1)^2}$$

Használjuk fel, hogy $\sqrt{a^2}=|a|$!

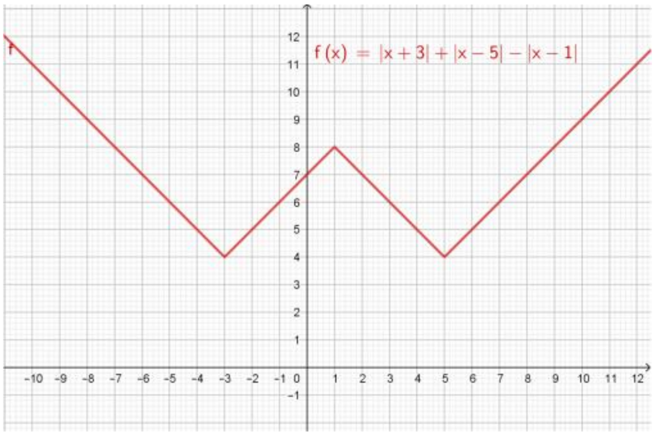
Ekkor a kifejezés az alábbi alakban írható:

$$|x+3|+|x-5|-|x-1|$$

Foglaljuk táblázatba, hogy hogyan függ az egyes abszolútértékes tagok értéke az x értékétől.

| kifejezés/x | $x\le -3$ | $-3<x\le 1$ | $1<x\le 5$ | $x>5$ |
|---|---|---|---|---|
| $\lvert x+3\rvert$ | $-x-3$ | $x+3$ | $x+3$ | $x+3$ |
| $\lvert x-5\rvert$ | $-x+5$ | $-x+5$ | $-x+5$ | $x-5$ |
| $\lvert x-1\rvert$ | $-x+1$ | $-x+1$ | $x-1$ | $x-1$ |
| $\lvert x+3\rvert+\lvert x-5\rvert-\lvert x-1\rvert$ | $-x+1$ | $x+7$ | $-x+9$ | $x-1$ |

Ábrázoljuk az $f(x)=|x+3|+|x-5|-|x-1|$ függvényt a koordináta rendszerben:




A grafikon alapján leolvasható, hogy a feladatban szereplő egyenletnek hány megoldása van a $k$ értékétől függően.

- Ha $k<4$, akkor nincs megoldása az egyenletnek.
- Ha $k=4$ vagy $k>8$, akkor 2 megoldása van az egyenletnek.
- Ha $4<k<8$, akkor 4 megoldása van az egyenletnek.
- Ha $k=8$, akkor 3 megoldása van az egyenletnek.